

Вступительный тест по математике ЭМШ, 2022–2023 учебный год, вариант _____

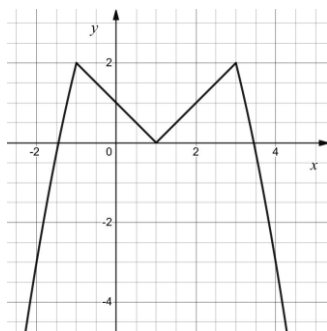
- В далеком 2222 году ЭМШ наконец купила себе пансионат для проведения выездных школ, но на планете Teegarden364, расположенной в созвездии Овна. Длина светового дня на этой планете отличается от земной, поэтому было решено делить сутки не на часы, а на эмшовые пары, те в свою очередь не на минуты, а на слайды (время рассказа одного слайда презентации), а те на секунды. В сутках оказалось 77 слайдов. В парах 473 секунды. Сколько секунд в сутках на планете Teegarden364?
 A) 3311; B) 36421; C) недостаточно данных для решения; D) 550; E) нет правильного ответа.
- Решите:

$$\sqrt{x-5} + (x-5)^2 + x - 5 = 0.$$

 A) недостаточно данных для решения; B) $x \geq 5$; C) $x = 5$; D) $x = 5$, $x = \pm 25$; E) нет правильного ответа.
- В ЭМШ учатся 420 школьников, половина из них любит кошек, треть всех школьников любит собак. Сколько человек любит и тех, и других, если не любит и кошек, и собак не больше 70 человек.
 A) 10; B) 12; C) 15; D) 20; E) нет правильного ответа.
- В каких координатных четвертях проходит график прямой $x = -y + 2$?
 A) 1, 3, 4; B) 2, 3, 4; C) 1, 2, 3; D) 1, 2, 4; E) нет правильного ответа.
- В прямоугольном треугольнике ABC из прямого угла A провели высоту AH, которая разбила треугольник ABC на два треугольника равных по площади. Найдите площадь треугольника ABC, если высота AH=3.
 A) 4,5; B) 6; C) 9; D) 18; E) нет правильного ответа.
- На той самой планете Teegarden364 была обнаружена новая форма жизни: эмшюзория-гитарка. Каждые сутки своего пребывания на Выездной школе ЭМШ она пишет в 2 раза больше песен, чем писала вчера (все песни уникальные, повторений нет). Сколько песен будет написано эмшюзорией за всё время выездной школы, если школа идёт 5 дней, а эмшюзория начала писать в первый день и написала в тот день 5 песен?
 A) 75; B) 80; C) 155; D) 105; E) нет правильного ответа.
- Сколько существует чётных (целых) x , при которых дробь $\frac{10}{5-x}$ является целым числом?
 A) 0; B) 2; C) 4; D) 6; E) нет правильного ответа.
- Задана функция:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < -1; \\ x^2, & -1 \leq x \leq 2; \\ -x + 6, & 2 < x. \end{cases}$$

 Какое минимальное значение принимает функция на отрезке $[-1; 7]$?
 A) -1; B) 0; C) 1; D) 4; E) нет правильного ответа.
- В треугольнике ABC сторона AB=3, угол C=30°, высота BH=2√2. Найдите AC.
 A) 1; B) 2√6 - 1; C) 2√6 + 1; D) решение не единственно; E) нет правильного ответа.
- Скорость движения Глеба по ровной поверхности 6 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, скорость спуска лифта на экономическом факультете 24 $\frac{\text{этажа}}{\text{мин}}$. За какое время Глеб доберётся от кафедры математических методов анализа экономики до столовой, если ему придётся пройти 300 метров и спуститься с 3 на 1 этаж? В ответе укажите интервал времени в минутах, в который он придёт к столовой.
 A) (3;4); B) (4;5); C) (5; 6); D) (6;15); E) нет правильного ответа.
- Отношение $\frac{a}{b} = 7\frac{1}{4}$, найдите значение выражения $\frac{3b-2a}{5b}$.
 A) -2,3; B) -0,1; C) -13,9; D) 2,5; E) нет правильного ответа.
- На рисунке изображён график функции $f(x)$. Чему равно значение выражения $5 - 2f(3)$?



- A) -1; B) 0; C) 1; D) 3; E) нет правильного ответа.

13. Какие утверждения неверны:

- Сумма трёх несократимых дробей с различными числителями и различными знаменателями не может быть равна 1.
- Смежные углы всегда равны.
- Существуют такие натуральные n , при которых выражение $n^5 + 2n$ не делится на 3.

- A) a; B) a, b, c; C) b; D) a, b; E) нет правильного ответа.

14. Вычислите значение выражения, если $a = 2022$, $b = -2023$:

$$\frac{a^3 + b^3}{a^2 + 2ab + b^2} + \frac{3ab}{a + b}.$$

- A) 1; B) 0; C) 4045; D) -1; E) нет правильного ответа.

15. На выездную школу ЭМШ поехали 30 школьников. Среди любых 11 из них имеется хотя бы одна девочка, а среди любого 21 школьника – хотя бы один мальчик. В пансионате есть одно-, двух-, трёхместные номера. Мальчики не могут жить с девочками. Какое минимальное количество номеров займут школьники?

- A) 10; B) 11; C) 12; D) 13; E) нет правильного ответа.

16. Решите систему уравнений, найдите сумму координат решения $x_1 + y_1$ (если решений несколько, найдите сумму всех координат $x_1 + \dots + x_n + y_1 + \dots + y_n$):

$$\begin{cases} \frac{1}{y+1} - \frac{1}{x+1} = 1; \\ y = -x - 2. \end{cases}$$

- A) -4; B) -3; C) -2; D) 1; E) нет правильного ответа.

17. Найдите длину отрезка на координатной прямой, заданного неравенством:

$$|3x - \sqrt{576}| \leq \sqrt{429 + 2\sqrt{36}}.$$

- A) 14; B) 7; C) 21; D) 42; E) нет правильного ответа.

18. 75% учащихся ЭМШ поступили в неё в этом году. Из ребят, которые поступили раньше, 70% – набор 2021 года. Из остальных – 60% поступили в 2020 году. И 12 человек учатся в ЭМШ с 2019 года. Сколько учащихся ЭМШ поступили в неё в этом году?

- A) 400; B) 300; C) 364; D) 75; E) нет правильного ответа.

19. Найдите корень уравнения $ax = b$, где a – сумма корней уравнения $x^2 + 3x - 4 = 0$, b – произведение корней уравнения $x^2 + x - 6 = 0$.

- A) -2; B) $\frac{1}{2}$; C) 2; D) $-\frac{1}{2}$; E) нет правильного ответа.

20. Решите уравнение:

$$(21x - 20)(2022x - 2021) = 0,$$

в ответ запишите больший из корней.

- A) $\frac{20}{21}$; B) $\frac{2021}{2022}$; C) $\frac{21}{20}$; D) $\frac{2022}{2021}$; E) нет правильного ответа.

21. В прямоугольнике ABCD провели прямую EF, такую что E делит BC в соотношении 2:1, считая от вершины B, F – середина стороны CD. Площадь треугольника ECF=2. Найдите площадь прямоугольника ABCD.

- A) 4; B) 6; C) 8; D) 12; E) нет правильного ответа.

Вступительный тест по математике ЭМШ, 2022–2023 учебный год, вариант _____

22. В 2021 году на направлении математика в ЭМШ преподавалось 12 курсов, на экономике – 10, на третьем пути – 13. Каждый школьник должен выбрать два зачётных курса из разных направлений (математика + экономика, математика + третий путь, экономика + третий путь). Сколько всего существовало возможных пар зачётных курсов в 2021 году?

- A) 250; B) 276; C) 406; D) 1560; E) нет правильного ответа.

23. Вычислите значение выражения:

$$3 \cdot \left(7 \cdot \frac{13}{14} - 7 \frac{3}{4} \right) \left(6 \cdot \frac{2}{9} + 2 \frac{2}{5} \right).$$

- A) –14; B) 8; C) –8; D) 10; E) нет правильного ответа.

24. Пусть выражение $|x|$ численно равняется длине отрезка, соединяющего число x и ноль. Сколько корней имеет уравнение $||x - 2| - 3| = 3$?

- A) 0; B) 1; C) 2; D) 4; E) нет правильного ответа.

25. Выберите наибольшее из чисел:

- A) 2^8 ; B) 3^5 ; C) $2 \cdot 5^3$; D) 7^3 ; E) 17^2 .

26. Выберите функцию, график которой симметричен относительно начала координат:

- A) $y = 1$; B) $y = 3x^2$; C) $y = 2x$; D) $y = -3x^2$; E) такой функции среди ответов нет.

27. Найдите площадь фигуры на координатной плоскости, удовлетворяющей системе:

$$\begin{cases} |x| \leq 2; \\ y \geq -1; \\ y \leq x + 2. \end{cases}$$

- A) 12; B) 16; C) 18; D) 20; E) нет правильного ответа.

28. В задачнике по математике было 690 задач, в задачнике по экономике – 540 задач. Саша и Сераж одновременно начали решать номера из задачников – Саша из первого (математического), Сераж из второго (экономического). Саша за минуту решал 25 задач, Сераж за минуту решал 30 задач. Через сколько минут в экономическом задачнике останется в 1,5 раза меньше нерешённых задач, чем в математическом задачнике?

- A) 66; B) 6; C) 9; D) 52; E) нет правильного ответа.

29. В ЭМШ есть компании 3 видов: математики (М), экономисты (Э) и путешественники (П). Любые две компании различных видов при встрече объединяются в одну компанию третьего вида (если математики встречаются с экономистами, то они образуют компанию путешественников). После проведения Юбилея ЭМШ – 55 все компании встретились со всеми и образовали одну большую компанию. Какого же она была вида, если до проведения Юбилея в ЭМШ было 20 компаний математиков, 19 компаний экономистов и 18 компаний путешественников?

- A) М; B) Э; C) П; D) или М, или П; E) нет правильного ответа.

30. В этом году ЭМШ исполняется 55 лет. В каком году была основана наша школа?

- A) 1966; B) 1967; C) 1968; D) 1969; E) нет правильного ответа.